

מבחן במודלים הישוביים: מועד א' סמסטר ב' 2005.

מרצה: רונן שאלתיאל.
זמן: שעתיים וחצי.
חומר עזר: ארבעה דפים כתובים.

- חלק א: ענה על 6 מתוך 8 השאלות הבאות (כל אחת 8 נקודות).
- אין צורך להוכיח.
 - כתוב הסבר קצר (עד 60 מלים) המסביר את בחירתך.

בשאלות 1-6 נתונה שפה ויש לבחור את המחלקה הקטנה ביותר אליה שייכת השפה מבין המחלקות הבאות:

- כל השפות.
- שפות ניתנות לקבלה ע"י מכונת טורינג.
- שפות כריעות ע"י מכונת טורינג.
- שפות ב-P.
- שפות חסרות הקשר.
- שפות רגולריות.

$$1. \{a^n b^m c^{3n+m} : n, m \geq 0\}$$

$$2. \{a^n b^{n^2} : n \geq 0\}$$

$$3. \{\alpha \text{ בטוי רגולרי מעל הא"ב } \{0,1\} : \alpha\}$$

$$4. \{G \text{ דקדוק חסר הקשר וקיימת מלה } w \text{ שאיננה נגזרת ע"י } G : \langle G \rangle\}$$

$$5. \{M \text{ מכונת טורינג שמקבלת מלה מאורך קטן מ-1000} : \langle M \rangle\}$$

$$6. \{M \text{ אוטומט מחסנית ו-} L(M) = \Sigma^* : \langle M \rangle\}$$

עבור שאלות 7-8 נשתמש בהגדרה הבאה:

$$\text{Prefix}(L) = \{w \in \Sigma^* : x = wy \text{ כך ש- } y \in \Sigma^* \text{ ו- } x \in L\}$$

כלומר $\text{Prefix}(L)$ היא השפה של כל המלים שהם רישות של מלים ב-L.
ענה: נכון \ לא נכון.

7. אם L כריעה ע"י מכונת טורינג אז $\text{Prefix}(L)$ כריעה ע"י מכונת טורינג.

8. אם L ניתנת לקבלה ע"י מכונת טורינג אז $\text{Prefix}(L)$ ניתנת לקבלה ע"י מכונת טורינג.



חלק ב: ענה על 2 מתוך 4 השאלות הבאות (כל אחת 26 נקודות).

1. הוכח כי אם L חסרת הקשר אז L^R חסרת הקשר.

2. עבור שתי מכונות טורינג M ו- N נאמר שהן מסכימות על מלה $w \in \Sigma^*$ אם שתיהן מקבלות את w או ששתיהן אינן מקבלות את w . נסתכל בשפה

$$L = \{ \langle M \rangle, \langle N \rangle, w : w \text{ מסכימות על } M \text{ ו-} N \}$$

הוכח כי L איננה ניתנת לקבלה.

3. הוכח כי אם $L \in NP$ אז $L^* \in NP$.

4. הוכח כי $3-SAT \leq_p CLIQUE$.

תזכורת להגדרות שניתנו בכיתה:

עבור מלה $w = a_1 \dots a_k$ מגדירים $w^R = a_k \dots a_1$ ו- $L^R = \{w^R : w \in L\}$.

$CLIQUE = \{(G, k) : G \text{ גרף ובו קליקה מגודל } k\}$

$3-SAT = \{\varphi : \varphi \text{ נוסחא בוליאנית ספיקה בצורת } 3-CNF\}$

בהצלחה.



מבחן במודלים חישוביים: מועד ב' סמסטר ב' 2005.

מריצה: רונן שאלתיאל.

זמן: שעתיים וחצי.

חומר עזר: ארבעה דפים כתובים.

חלק א: ענה על 6 מתוך 8 השאלות הבאות (כל אחת 8 נקודות).

- אין צורך להוכיח.
- כתוב הסבר קצר (עד 60 מלים) המסביר את בחירתך.

בשאלות 1-6 נתונה שפה ויש לבחור את המחלקה הקטנה ביותר אליה שייכת השפה מבין המחלקות הבאות:

- כל השפות.
- שפות ניתנות לקבלה ע"י מכונת טורינג.
- שפות כריעות ע"י מכונת טורינג.
- שפות ב-P.
- שפות חסרות הקשר.
- שפות רגולריות.

$$1. \{a^i b^j c^k : i \geq j \text{ או } j \geq k\}$$

$$2. \{a^i b^j c^k : i = j \text{ וגם } j = k\}$$

3. $\{w \mid w \text{ זוגי}\}$ - Σ שמספר המופעים שלו ב- w זוגי :

4. $\{ \langle M \rangle, \langle N \rangle : L(M) = L(N) \}$ אוטומט מחסנית, N אוטומט סופי דטרמיניסטי ו- $L(M) = L(N)$:

5. $\{ \langle M \rangle \mid M \text{ מכונת טורינג 3 סרטית וכאשר } M \text{ רצה על הקלט הריק} : \langle M \rangle \}$
ישנו רגע שבו כל שלושת הראשים כותבים את התו #

6. $\{ \langle M \rangle \mid M \text{ מכונת טורינג שנכנסת ללולאה אינסופית על כל קלט} : \langle M \rangle \}$

עבור שאלות 7-8 נשתמש בהגדרה הבאה:

עבור מלה $w = a_1 \circ a_2 \circ a_3 \circ a_4 \circ \dots$ נגדיר $Odd(w) = a_1 \circ a_3 \circ a_5 \dots$

כלומר שרשור של התווים הנמצאים במיקומים אי-זוגיים. כמו כן נגדיר $Odd(L) = \{Odd(w) : w \in L\}$

ענה: נכון \ לא נכון.

7. אם $L \in NP$ אז $Odd(L) \in NP$.

8. אם L ניתנת לקבלה ע"י מכונת טורינג אז $Odd(L)$ ניתנת לקבלה ע"י מכונת טורינג.



חלק ב: ענה על 2 מתוך 4 השאלות הבאות (כל אחת 26 נקודות). מותר להשתמש בטענות שהוכחו בכיתה בתנאי שתצטטו אותן במדויק.

1. הוכח כי השפה הבאה כריעה ע"מ מכונת טורינג.
{G דקדוק חסר הקשר ו-L(G) מכילה מלה מאורך זוגי : G}

2. מלה w נקראת "פלט" של מכונת טורינג M אם קיימת מלה x כך שבהינתן הקלט x המכונה M עוצרת ופולטת את w. עבור מכונת טורינג M נגדיר שפה Output(M) ע"י:

$$\text{Output}(M) = \{ w : w \text{ הוא פלט של } M \}$$

הוכח כי לכל מכונת טורינג M, Output(M) ניתנת לקבלה.

3. הוכח כי אם L רגולרית אז Odd(L) רגולרית. (ראה הגדרת Odd(L) בשאלות 7-8 בחלק א).

4. הוכח כי $3\text{-SAT} \leq_p 4\text{-SAT}$.

תזכורת להגדרות שניתנו בכיתה:

$$k\text{-SAT} = \{ \varphi : \varphi \text{ נוסחא בוליאנית ספיקה בצורת } k\text{-CNF} \}$$

נוסחא בצורת k-CNF הינה נוסחא המורכבת מגימום של פסוקיות שכל פסוקית היא איורי של k ליטרלים.

בהצלחה.

