

Image Processing - Examples of Exam Questions

① **Question:**

f is a grayscale image of size $N \times N$
 F is the Fourier transform of f .

G is a $2N \times 2N$ transform obtained by inserting 0 between every value in F :

$$G = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline F & 0 & F_1 & 0 & F_{20} & 0 & \dots \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \hline F_{11} & 0 & F_{11} & 0 & F_{21} & 0 & \dots \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \hline F_{02} & 0 & F_{12} & 0 & F_{22} & 0 & \dots \\ \hline \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\ \hline \end{array}$$

What is the image g whose Fourier transform is G ?
 (i.e. what is the inverse transform of G ?)

② **Question:**

F is the Fourier Transform of a 2 dimensional image.
 Prove that :

$$|F(0,0)| \geq |F(u,v)| \quad \text{for all } u,v$$

③ **Question:**

Parseval's Theorem: $\sum_x \sum_y |f(x,y)|^2 = \sum_u \sum_v |F(u,v)|^2$

F is the Fourier Transform of a 2 dimensional image f of size $N \times M$. How can the Variance of the image f be obtained from F ?
 (Use Parseval's Theorem).

$$\text{Var} \{f(x,y)\} = 1/NM \sum_x \sum_y (f(x,y) - \bar{f})^2$$

④ Question:

Operate on an image by performing Median Filtering in a 3x3 window. Operate on the resulting image by performing, again, Median Filtering in a 3x3 window.

Can the resulting image be obtained from a single ^{Median} filtering?

⑤ Question:

A and B are binary images. **OPEN** is defined as the opening of A using the element B. **CLOSE** is defined as the closing of A using the element B. Is the following true? Explain!!

$$\text{OPEN}(\text{CLOSE}(A)) = A$$

⑥ Question:

Prove that convolution is associative, that is prove that:

$$(A * B) * C = A * (B * C)$$

⑦ Question:

f is an image with average gray value of 10.

What is the average gray value of the image g obtained by convolving f with:

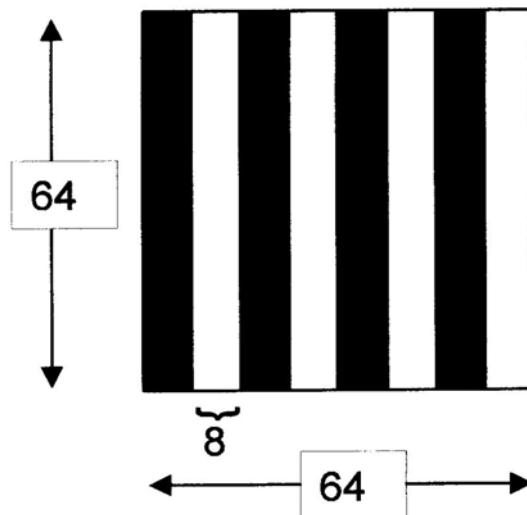
$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

⑧ Question:

Find a convolution mask which performs Median filtering.

④ **Question:**

Given a 64x64 image of black (0) and white (255) vertical stripes (each strip is of width 8) :



The following operations are performed on the image:

1) Blurring by convolution with: $\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

2) Histogram Equalization.

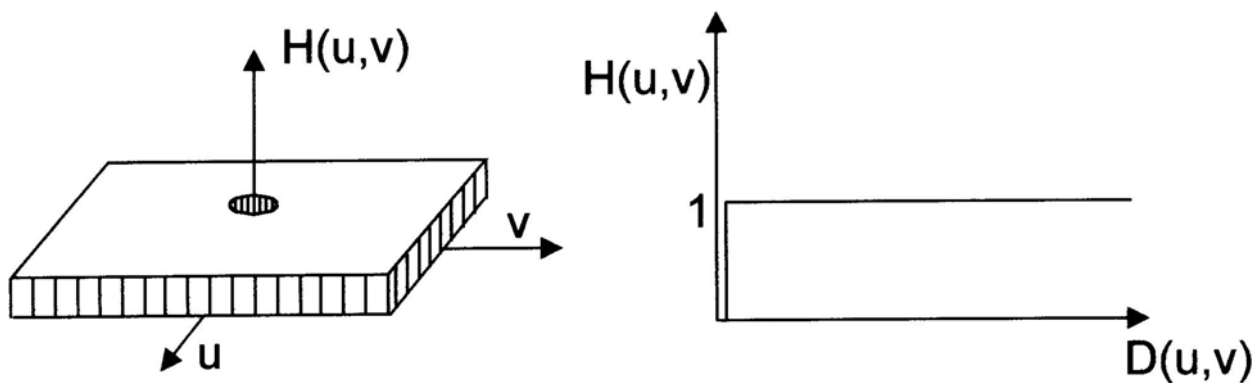
3) Histogram Equalization, again.

What will the image look like after each one of the above operations if before each operation, thresholding is performed at value 128 (gray values [0..128] \rightarrow 0 , gray values [129..255] \rightarrow 255).

10 **Question:**

$H(u,v)$ is a filter applied by point multiplication in the frequency domain. ($G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v)$)

What does the following filter do?



$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{for } u=0, v=0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

11 **Question:**

Given two images f_1 and f_2 . Their two histograms are h_1 and h_2 respectively.

What is the histogram of:

$f_1 + f_2$?

$f_1 + \text{mean}(f_2)$?

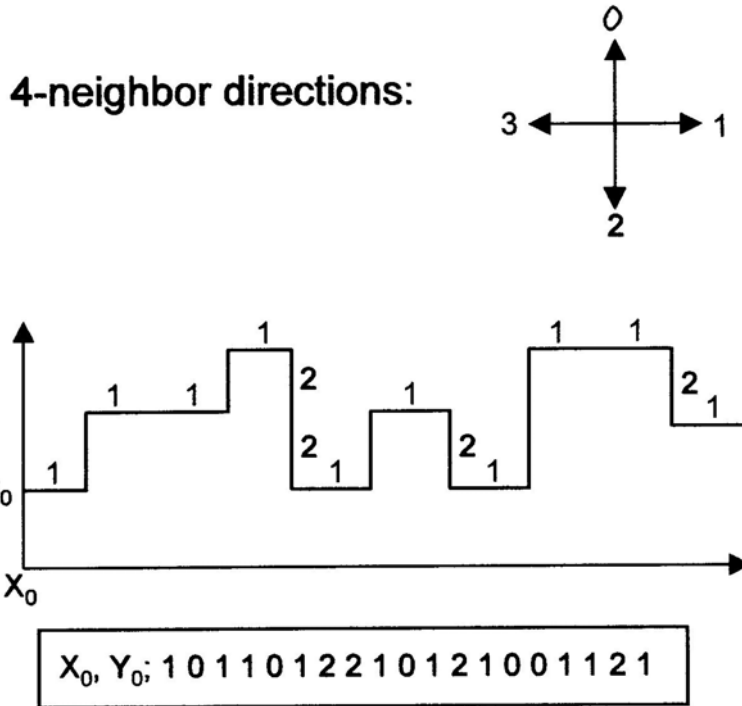
$f_1 * f_2$?

$f_1 + 3$?

$[f_1 f_2]$ (concatenation)

⑫ **Question:**

A one parameter function can be described by its starting point and chain code as follows:



Give an algorithm that calculates the function integral from its chain code (the area enclosed by the function).

⑬ **Question:**

What is the sum of gray levels of each image in a Laplacian pyramid? Explain!

פונקציה - כלל פורייה

1. הרמיון הפיזי 4x4 = 4 הרמיון הפיזי 4x4 = 4
 הרמיון הפיזי 4x4 = 4 הרמיון הפיזי 4x4 = 4

$$f = \begin{bmatrix} f & f \\ f & f \end{bmatrix}$$

$$|F(u,v)| = \left| \frac{1}{N^2} \sum_x \sum_y f(x,y) e^{-2\pi i \left(\frac{xu}{N} + \frac{yv}{N} \right)} \right| \leq \quad (2)$$

$$\leq \frac{1}{N^2} \sum_x \sum_y |f(x,y)| \underbrace{\left| e^{-2\pi i \left(\frac{xu}{N} + \frac{yv}{N} \right)} \right|}_{=1} =$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_x \sum_y |f(x,y)| = \frac{1}{N^2} \sum_x \sum_y f(x,y) =$$

$$= F(0,0)$$

$F(0,0) \rightarrow$
 הרכיב ה-DC (הרכיב ה-0)
 הרכיב ה-0

פונקציה

Parseval: $\sum_x \sum_y |f(x,y)|^2 = \sum_u \sum_v |F(u,v)|^2 \quad (3)$

$f(x,y)$ הרמיון הפיזי $F(u,v)$ הרמיון הפיזי
 (CONTRAST) הרמיון הפיזי הרמיון הפיזי הרמיון הפיזי

$$\text{Var} \{ f(x,y) \} = \frac{1}{NM} \sum_x \sum_y (f(x,y) - \bar{f})^2$$

$$= \frac{1}{NM} \sum_x \sum_y f^2(x,y) + \frac{1}{NM} \sum_x \sum_y \bar{f}^2 - \frac{1}{NM} \sum_x \sum_y 2 \cdot f(x,y) \cdot \bar{f} =$$

$$= \frac{1}{NM} \sum \sum f^2(x,y) + \bar{f}^2 - \frac{2}{NM} \bar{f} \sum \sum f(x,y) =$$

\downarrow
 $= 2\bar{f}\bar{f} = 2\bar{f}^2$
 $\bar{f} = \frac{1}{NM} \sum \sum f(x,y)$

$$= \frac{1}{NM} \sum \sum f^2(x,y) - \bar{f}^2 =$$

$$= \frac{1}{NM} \sum \sum |F(u,v)|^2 - F(0,0)^2 =$$

ממוצע מקומי סולרי
פחת הממוצע

(4)

$$M_3(f) = g$$

קבוצת מספרים 2-ה-2 (כאילו מספרים) 5x5
 קבוצת מספרים 3-ה-3 (כאילו מספרים) 3x3
 קבוצת מספרים 5-ה-5 (כאילו מספרים) 5x5
 ? $M_3(M_3(f)) = M_3(g) = M_5(f)$

התשובה היא לא!

קבוצת מספרים (2-ה-2)

אם כן לא הייתה האמצע

היא אחרת מ-3-ה-3:

1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

$\xrightarrow{M_5}$
(3x3)

1

$\downarrow M_3$

1	0	1
0	0	0
1	0	1

$\xrightarrow{M_3}$

0

אזכור: מספרים שונים הם אחרת מ-3-ה-3

$$M_3(M_3(f)) \neq M_5(f)$$

אזכור: מספרים שונים הם אחרת מ-3-ה-3

5. דא ד.ה. סדר מתקין:

$$\text{OPEN}(\text{CLOSE}(A)) \stackrel{?}{=} A$$

רעסער אין מקבץ $\text{CLOSE}(A)$, פארן אין נאכמיץ
אז גומען ו.ח.ו.ק. קראפט און A .
אפיס אין מקבץ $\text{OPEN}(\text{CLOSE}(A))$ (ארויף צ'יטק'ן
אמאליך חוקן.

צוגאב אלס פונקטן אין השניון:

במידה אד-א גומען פנימלי, אזוי $\text{CLOSE}(A)$ יאמק
ואפיס $\text{OPEN}(\text{CLOSE}(A))$ אלס יחסיק פארן דק יאלו
רעקט A^* און ברובי עאלקין $A^* = A$.
(פארן, גומען נענק פנימלי ד-א ואלו יחסיק דג'צ'ו
ה- OPEN).

$$f * \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} = f * \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}}_{\text{מטריצה הממוצע}} * 18 \quad (7)$$

הממוצע התמונה יתכן אכן כי 18.
 באופן כללי, הממוצע התמונה יתכן כי סכום הפיקסלים הממוצע.
 אכן הממוצע התמונה התוצאה היא $18 \cdot 10 = 180$.

(8) אין ככה!

median filtering is not linear!

- (9)
- 1) אולי התוצאה
 - 2) אולי התוצאה
 - 3) אולי התוצאה

(10) יש פירוט במסמך את התמונה בתחת הממוצע שלה.

(12)

$h = y$

// בעת הכיבוד המוצג ה-2

sum = 0

foreach i in chain-code

{

if i == 1

sum = sum + h // סכום ערך המוצג

if i == 0

h = h + 1 // הסמיכה וצורה 2-1

if i == 2

h = h - 1 // הסמיכה קודם 2-1

}

return sum

// sum = function Integral

כסדר האינטגרל:

אנו מחלקים את השטח מתחת העקב בסכימה של המוצג - כל נקודת שטח

הוא סכום ימין אנו סוכמים את המוצג הקודמת.

h - גובה המוצג, sum - סוכם את השטח הכללי.

כאשר $i = 1$	העקב ימין ואין סוכמים את גובה המוצג הקודמת (אזרחי האינטגרל)
כאשר $i = 2$	יורדים למטה, ואין המוצג הקודם ה-1 (בגובה סכמו את גובה המוצג הקודמת)
כאשר $i = 3$	חוזרים למעלה, איננו סוכמים את גובה המוצג הקודם ה-2 (כינאם שטח מתחת העקב)

כאשר $i = 0$ אנו סוכמים את גובה המוצג הקודם ה-1 (אזרחי האינטגרל).

הכלל הוא שכל מהותה האלמנטרית של המוצג הקודמת. (13)