

# בחינה בקורס מבוא לעיבוד תמונות

203.2730 סמסטר ב' מועד א' תש"ס

שם המרצה: ד"ר חגית הל-אור.

משך הבחינה: שעתיים.

המבחן נערך עם חומר פתוח, אין להשתמש במחשבי כיס או מחשבים אחרים.

יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.

## בהצלחה!

1. א. נתונה מערכת T המקבלת כקלט סדרית של ערכים באורך 4, ומחזירה כפלט סדרית באורך 3:

$$(*, *, *, *) \rightarrow \boxed{T} \rightarrow (*, *, *)$$

I. במידה ו-T היא מערכת לינארית, תכנן סדרה של קלטים שהפלט שלהם יאפשר לאפיין את המערכת באופן מוחלט (זאת אומרת: לנבא את הפלט לכל קלט נתון). כמה קלטים צריך? כיצד מחשבים מתוך הפלטים, את הפלט של הסדרה הנתונה?

II. חזור על סעיף א' במקרה ש-T היא מערכת לינארית בלתי תלויה בזמן (shift-invariant).

ב. להלן מספר מערכות. לכל מערכת מספר דוגמאות קלט ופלט. לכל מערכת, קבע אם זו: מערכת לינארית, מערכת לינארית בלתי תלויה בזמן, זו איננה מערכת לינארית או לא ניתן לקבוע. הסבר את תשובותיך.

$$\begin{array}{l} (1, 0, 2) \rightarrow \\ (3, 1, 4) \rightarrow \\ (2, 1, 2) \rightarrow \end{array} \boxed{T_1} \begin{array}{l} \rightarrow (6, 3) \\ \rightarrow (9, 6) \\ \rightarrow (7, 1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1, 1, 1) \rightarrow \\ (0, 1, 1) \rightarrow \\ (0, 0, 1) \rightarrow \end{array} \boxed{T_2} \begin{array}{l} \rightarrow (6) \\ \rightarrow (5) \\ \rightarrow (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (0, 1, 0) \rightarrow \\ (0, 0, 1) \rightarrow \\ (1, 0, 1) \rightarrow \end{array} \boxed{T_3} \begin{array}{l} \rightarrow (4) \\ \rightarrow (4) \\ \rightarrow (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1, -4, 2) \rightarrow \\ (16, 3, -19) \rightarrow \\ (3, -12, 6) \rightarrow \end{array} \boxed{T_4} \begin{array}{l} \rightarrow (0, 2, 1) \\ \rightarrow (5, 1, 3) \\ \rightarrow (3, 1, 4) \end{array}$$

2. לתמונת דרגות אפור  $f$  בונים פרמידת גאוסין בעלת  $k$  רמות:  $G_0=f, G_1, G_2, \dots, G_k$ .  
לתמונה בונים גם פרמידת לפלסין בעלת  $k$  רמות:  $L_0, L_1, L_2, \dots, L_k$ .

א. מחברים (pixel by pixel) את  $G_3$  עם  $L_2$  (מגדילים את  $G_3$  לגודל המתאים לפני החיבור).  
I. איזו תמונה תתקבל? הסבר.

II. כיצד יראה טרנספורם הפורייה של התמונה הזו? (הנח חלוקה אידיאלית של מרחב פורייה כפי שנעשה בכתה).

ב. לתמונת דרגות אפור  $g$  (זהה בגודלה ל- $f$ ), בונים פרמידת לפלסין בעלת  $k$  רמות:  
 $L'_0, L'_1, L'_2, \dots, L'_k$ .  
מחברים (pixel by pixel) את רמות הפרמידות של  $f$  ו- $g$ :

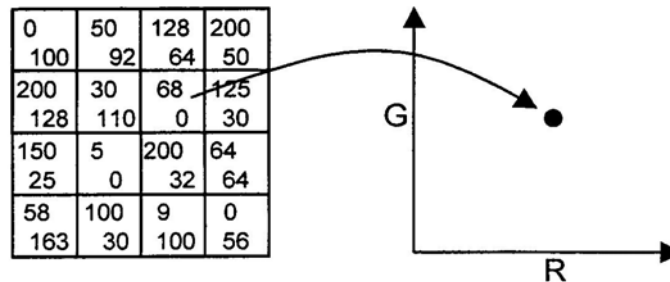
$$L''_i = L_i + L'_i, \quad i=0\dots k$$

ומקבלים פרמידת לפלסין חדשה בעלת  $k$  רמות:  $L''_0, L''_1, L''_2, \dots, L''_k$

I. מה סכום דרגות האפור בכל רמה בפרמידה זו? הסבר.

II. איזו תמונה תתקבל מחיבור רמות הפרמידה (עם הגדלה מתאימה של כל רמה)?

3. נתונה תמונה פסודו-צבעונית RG: בכל פיקסל שני ערכים בתחום  $0\dots255$  המסמלים את "כמות" האדום ואת "כמות" הירוק בפיקסל.



ניתן לייצג כל צבע כנקודה במרחב דו-ממדי (RG). כיון שהערכים שלמים בתחום  $0\dots255$ , מרחב הצבע הדו-ממדי הינו מרחב בדיד בגודל  $256 \times 256$ .

מבקשים לבצע כימות (Quantization) של תמונה זו ל- $k$  צבעים בלבד. בהנתן  $k$  הצבעים, תאר שיטה מהירה ופשוטה לשיוך כל פיקסל בתמונת ה-RG לצבע הקרוב ביותר מתוך  $k$  הצבעים (מדדו מרחק במטריקה  $d_e, d_8, d_4$  או לבחירתכם). על מורכבות זמן הריצה להיות בלתי תלויה ב- $k$ .

4. נתונים הייצוגיים (shape representation) הבאים :

Fourier Descriptors  
מספר אוילר (Euler Number)  
היסטוגרמת צבעים  
קוד שרשרת (chain code)  
מומנטים מסדר שני  $\bar{M}_{20}\bar{M}_{02} - 2\bar{M}_{11}$

שייך כל אחד מהייצוגים הנ"ל לאחת האפליקציות דלהלן. בחר ייצוג התואם את הבעיה. הסבר תשובתך.

a. מערכת אוטומטית הממיינת מלפפונים ועגבניות: מצלמה מצלמת כל ירק באופן נפרד ועל פי צורתו המערכת מחליטה האם זה מלפפון או עגבנייה.

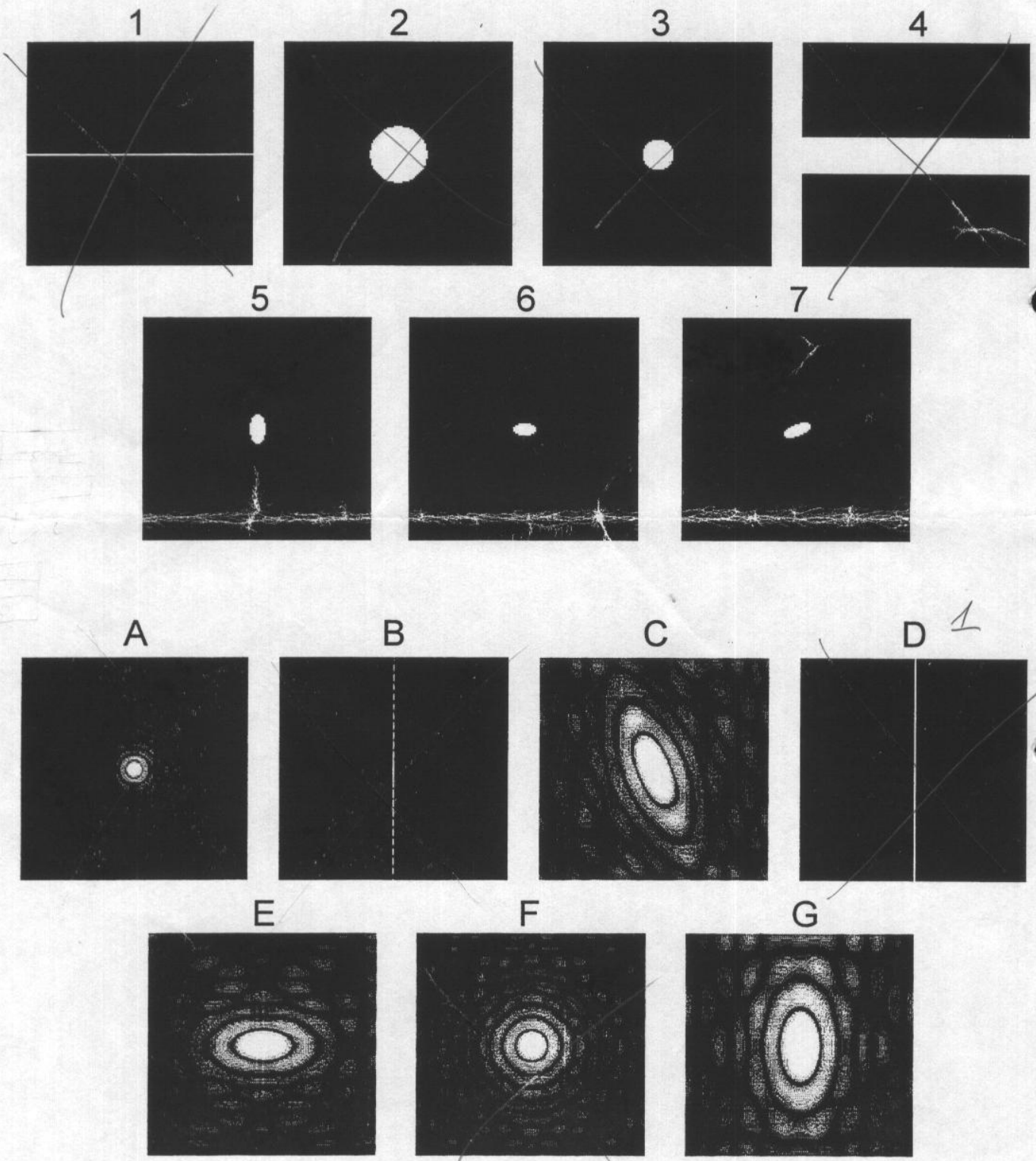
b. מערכת אוטומטית למיון ספרי לימוד: כל הספרים בכריכה לבנה - ספרי קריאה, בכריכה שחורה - ספרי היסטוריה, ובכריכה צהובה מנוקדת כחול- ספרי חשבון.

c. מערכת משטרית המצלמת ומזהה מספרים בלוחית זיהוי. המספרים שעליה לזהות הם : 8,9,10,11.

d. מערכת אוטומטית למיון צורות גיאומטריות: עיגול, משולש, ריבוע, כוכב. הצורות יכולות להיות בגדלים שונים ובכוונים שונים.

e. המערכת שהוגדרה ב-d יוצבה מבחינת הגודל והכוון. זאת אומרת הצורות בגודל קבוע ובכוון קבוע.

5. להלן 7 תמונות דרגות אפור ו-7 טרנספורמי פוריה (תמונות האמפליטודה).  
 התמונות ניתנות ע"י 1-7 והטרנספורם ע"י A-G. אין סדר בין התמונות והטרנספורם.  
 התאם כל תמונה לטרנספורם המתאים לה, על-פי תכונות הטרנספורם. נמק היטב כל  
 התאמה: מדוע בחרת בהתאמה זו ובאיזו תכונה השתמשת.



*Handwritten notes:*  
 A: 5 → 2, 3  
 B: 1 → 6, 7  
 C: 4 → 3, 5  
 D: 1 → 6, 7  
 E: 2 → 3, 5  
 F: 3 → 2, 4  
 G: 4 → 2, 3

Answer:

1. a. I. To define T, 4 input vectors are needed and they must form a linear basis.

An example:  $(1, 0, 0, 0)$   
 $(0, 1, 0, 0)$   
 $(0, 0, 1, 0)$   
 $(0, 0, 0, 1)$

a. II. If T is a shift invariant linear system, a single input vector is needed:

An example: (the delta function)

$(1, 0, 0, 0)$

b. A linear system must satisfy homogeneity and additivity over all possible inputs.

T1 is **not a linear** system since it does not satisfy additivity:

$(3, 1, 4) = (1, 0, 2) + (2, 1, 2)$  however

$(9, 6) = T1((3, 1, 4)) \neq T1((1, 0, 2)) + T1((2, 1, 2)) = (6, 3) + (7, 1)$

T4 is **not a linear** system since it does not satisfy homogeneity:

$(3, -12, 6) = 3*(1, -4, 2)$  however

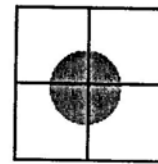
$(3, 1, 4) = T4((3, -12, 6)) \neq 3*T4((1, -4, 2)) = 3*(0, 2, 1)$

T2, T3 do not contradict additivity and homogeneity. However there is no proof that additivity and homogeneity are not contradicted for some other inputs. Thus it **can not be determined** whether T2, T3 are linear systems.

Answer:

2. a. I. The resulting image is  $G_2$  (since  $L_2 = G_2 - G_3$ ).

II. The transform of the image is the transform of  $G_2$ , which is the transform of  $f$  with the high frequencies nullified. Schematically:



b. I. At all levels  $L''_i$  except the last level  $k$ , the sum of gray values equals 0. At level  $k$  the sum of values is the sum of DCs of  $f$  and  $g$  (i.e. the average gray level of  $f$  + the average of  $g$ ).

II. The resulting image is  $f+g$ . (Yes, the image is also brighter than  $f$ ).  
Explanation: using commutativity

$$\begin{aligned} L''_0 + L''_1 + L''_2 + \dots + L''_k &= (L_0 + L'_0) + (L_1 + L'_1) + \dots + (L_k + L'_k) = \\ &= (L_0 + L_1 + L_2 + \dots + L_k) + (L'_0 + L'_1 + L'_2 + \dots + L'_k) = \\ &= f + g \end{aligned}$$

Answer:

3. Map the  $k$  color into the  $RG$  plane. Use them as seeds in the 2-pass distance algorithm applied to the  $256 \times 256$  discrete  $RG$  space.

A slight modification is required: in addition to maintaining and propagating the distance itself, the actual seed identity (color or index) is maintained as well.

The last stage, maps each pixel in the original image to its new color index by looking into the distance map.

This algorithm is independent of  $k$ . In fact it is constant and linear in  $256 \times 256$ .

If the last step is considered the algorithm is linear in the number of image pixels.

Answer:

4. a. **Second order Moments.**

second order moments measure the length and breadth of a shape. Since cucumbers are typically elongated and tomatoes are round their width/length is a good discriminator.

b. **Color Histograms.**

With books, shape is not a very good distinguisher. The books are distinctly different in color, thus they would have different color histograms. (If you have a problem with color histograms, the books are also distinguishable using grayscale histograms after the color (RGB) is translated to grayscale as discussed in class).

c. **Euler Number.**

The digits to be distinguished happen to have different Euler numbers (8->-1, 9->0, 10->1, 11->2).

$$\left( \text{value} = p \cdot \int_{\rho} \frac{d\rho}{\rho^2} - \frac{dN}{d\rho} \right)$$

d. **Fourier Descriptor.**

Fourier descriptors will have different profiles for the circle, square, triangle and star. Fourier descriptors are invariant to rotation, and scale which is needed in this application.

Fourier Descriptors work only with convex and star shaped objects, and this is satisfied here.

e. **Chain Code.**

Chain code distinguishes between the circle, square, triangle and star. Since chain code has a problem with scaling and rotation other than a multiple of 90°, the fact that the shapes have been stabilized with respect to scale and orientation, is necessary here.

Comments:

Chain Code is inappropriate for a,d due to scaling and rotation.

Second order moments are inappropriate for d,e, since they will not easily distinguish between a circle and square.

Fourier Descriptors could have been used for a,e.

Answer:

5. 1-D.

2-A

3-F

4-B

5-E

6-G

7-C