

203.2310.א.1

שנה"ל תשס"א, סמס' א', מועד ב', 23.2.2001  
פרופ' מנחם גד לנדאו

זמן הבחינה: שתיים  
חומר עזר: דף A4 בלבד ובו תוכן ללא הגבלה.

**שאלה 1: (25 נק')**

מבנה הנתונים של עץ אדום שחור מאפשר לענות על השאלות הבאות:  
מצא איבר, הוסף איבר, הורד איבר.

ברצוננו להוסיף את הפעולה עוקב איבר. פעולה זו מוצאת עבור איבר מסוים (הנח שהגישה לאיבר מתבצעת ב-  $O(1)$  זמן) את האיבר העוקב בעץ. בהנתן איבר בעל מפתח  $k_1$  התשובה תצביע אל האיבר בעץ בעל המפתח המינימלי  $k_2$  כך ש  $k_2 > k_1$ .

א. תאר דרך לחשב את העוקב ללא שינוי במבנה ובפעולות הידועות עבור עץ אדום שחור.

ב. כיצד תשנה את מבנה הנתונים של עץ האדום שחור כך שפעולת העוקב תהיה מהירה יותר מהתשובה לסעיף א'?

חשב את סיבוכיות הזמן של מציאת העוקב בסעיף א', ואת זו של מציאת העוקב בסעיף ב', כמו כן חשב את העלות של השינוי בסעיף ב' על שאר הפעולות בעץ האדום שחור.

**שאלה 2: (25 נק')**

נתונים  $n$  מספרים שלמים  $a_1 \dots a_n$  לא ממוינים. הנח ש:

1.  $n = 2^i$

2. לא ניתן לשנות את סדר האיברים.

תאר מבנה נתונים שיאפשר לענות על השאלות הבאות:

בהנתן  $p$  ו-  $q$  מצא את המספר הקטן ביותר מבין האיברים  $a_p$  עד  $a_q$ .

(כלומר, המספר הקטן מבין כל האיברים שהאינדקס שלהם גדול שווה ל- $p$ , קטן שווה ל- $q$ ).

חשב את סיבוכיות הזמן של בניית מבנה הנתונים ואת סיבוכיות הזמן לחישוב התשובה לכל שאילתא.

**שאלה 3: (25 נק')**

נתון גרף  $G(V,E)$  קשיר ולא מכוון, וצומת  $u$  בגרף זה.

תאר אלגוריתם שמחשב לכל הצמתים האחרות בגרף את מרחקן מ-  $u$ . (מרחק בין הצומת  $u$  לצומת  $w$  כלשהי הוא מספר הקשתות במסלול הקצר ביותר מ-  $u$  ל-  $w$ ).

חשב את סיבוכיות הזמן של האלגוריתם שכתבת.



### שאלה 4: (25 נק')

חברה A מייצרת סדרת מוצרים  $a_1, \dots, a_n$

חברה B מייצרת סדרת מוצרים  $b_1, \dots, b_n$

נתונה פונקציה  $\text{Grade}(a, b_i, j)$  (שמחשבת ב- $O(1)$  זמן עבור צמד של מוצרים (אחד מכל חברה) את התאמתם. הציון הוא מספר שלם.

תאר אלגוריתם שמחשב עבור כל הצמידים  $1 \leq i, j \leq n$  את:

$$\text{Grade}(a_k, b_p) = \max_{(1 \leq k \leq i, 1 \leq p \leq j)} [\text{Grade}(i, j, \text{MAX}(\dots))]$$

חשב את סיבוכיות הזמן של האלגוריתם שכתבת.



בהצלחה !!

