

אוניברסיטת חיפה
 החוג למתימטיקה

מבני נתונים

210.2760.ב.02

סמסטר ב' - מועד א' - תשנ"ט

25/6/99

המרצה: ד"ר קמחי יחיאל

משך הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר: אסור

- יש לכם זמן מספיק (אין הארכה):
- קראו את השאלות בתשומת לב, וענו בקיצור ובהירות.
 - הקפידו על כתב-יד ברור (קשה לקריאה = שגוי).

שאלה 1 (20 נקודות)

מהי סיבוכיות הזמן של הקוד הבא במושגים של Θ ? נמקו.

```
for (int i = 0; i < n; ++i)
    for (int j = 0; j < n; ++j) {
        if (j > i/2) break;
        Func(j);
    }
```

$i = 0 \dots n-1$
 $j = 0 \dots i/2$

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{i/2} \log j = \frac{n^2}{2} \log \frac{n}{2} = \frac{n^2}{2} \log n$$

```
void Func (int n)
{
    int i=n;
    if (i <= 0) return;
    Func (i/2);
    return;
}
```

$n = \emptyset$
 $i = \emptyset$

$$\frac{1}{2} \log 0 + \log 1 + \dots + \log \frac{n}{2} = \frac{n}{2} \log \frac{n}{2}$$

$$\frac{n}{2^k} = \frac{j}{2}$$

\log

$\log_2 8 = 3$
 $\log_2 n$

8
4
2
1

שאלה 2 (30 נקודות)

צריך להכניס את המפתחות 6,7,3,5,8,9 (לפי הסדר מימין לשמאל) למבנה מסוים S, כאשר S ריק בתחילת התהליך. תארו את תהליכי ההכנסה, שלב-שלב (כולל שלבי ביניים שאינם טריוויאליים) של כל המפתחות (משלב הכנסת 9 למבנה הריק ועד הכנסת 6 והבאת המבנה למצב תקין). מותר ורצוי להעזר בשרטוטים. כעת הוציאו את 8 מתוך המבנה: תארו את התהליך במלואו.

ענו על השאלה שלעיל לכל אחד מהמבנים S:

- א. S הוא רשימת דילוגים (skip-list) להלן נתונה (מימין לשמאל) רשימת תוצאות ההגרלה (1 מציין הוסף אב, 0 מציין אין הוספת אב), שימו לב שהרשימה ארוכה מהנדרש:

1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1

- ב. S הוא מערך המייצג ערמה (Heap).
 ג. S הוא עץ חיפוש בינארי (Binary Search Tree).
 ד. S הוא עץ אדום-שחור (Red-Black Tree).

שאלה 3 (25 נקודות)

עבור גרף לא מכוון $G=(V,E)$ שבו $|V|=n$ ו $|E|=k$ חשבו את הזמן הנדרש עבור הפעולות שלהלן. התשובה צריכה להנתן במושגי O כאשר החסם הוא הטוב האפשרי (למשל, אם החסם הוא $O(n)$, התשובה $O(n^2)$ שגויה). התשובה צריכה להיות מנומקת. הפעולות הנדרשות:

- (i) האם יש צלע בין הקדקודים v ו u ?
 (ii) הוספת צלע בין הקדקודים u ו v .
 (iii) הכנסת קדקוד חדש u , ושתי צלעות המחברות אותו לקדקודים קיימים u_1 ו u_2 .
 הוצאת קדקוד u מהגרף. iv

ענו על השאלה עבור כל אחד מהייצוגים הבאים עבור G :

- א. G מיוצג ע"י מטריצת סמיכויות.
 כאשר מספר השורה (העמודה) המייצגת את הקדקוד ניתן תוך שימוש בטבלת-ערבול (Hash-Table) (כלומר, "מכניסים" את שם הקדקוד לטבלה, ומקבלים כתשובה את מספר השורה).
- ב. G מיוצג ע"י רשימת סמיכויות כאשר כל הקדקודים נמצאים ברשימה מקושרת חד-כוונית ומכל קדקוד יוצאת רשימה מקושרת חד-כוונית של שכניו.
- ג. G מיוצג ע"י טבלת סמיכויות כאשר כל הקדקודים מאוכסנים בטבלת-ערבול (Hash-Table) ולכל קדקוד טבלת-ערבול נפרדת עבור שכניו.

שאלה 4 (25 נקודות)

- יהי $G=(V,E)$ גרף מכוון קשיר.
מסלול אוילר (Euler tour) הוא מעגל העובר בכל קשת ב- G בדיוק פעם אחת (יותר לבקר בקדקוד יותר מפעם אחת).
 א. הוכח כי ב- G קיים מסלול אוילר אם ורק אם לכל קדקוד v , מספר הקשתות היוצאות מ- v שווה למספר הקשתות הנכנסות אל v .
- ב. תאר אלגוריתם למציאת מסלול אוילר ב- G , אם קיים כזה. (רמז: מזג מעגלים זרים בקשתותיהם). האלגוריתם צריך להיות יעיל.
- ג. השווה את ביצועי האלגוריתם שתואר ב-ב' (זמן ומקום) עבור שני ייצוגים שונים של הגרף G :
1. G מיוצג ע"י רשימות שכנויות (לכל קדקוד, רשימה חד-כוונית של שכנויות).
 2. G מיוצג ע"י מטריצת שכנויות.



ה 3 ח ה !

