מחשבים - סמסטר חורף תשנ"ט
מתרגלת - אסתי שטיין
תאריך הגשה 22.2.99

מבני נתונים - תרגיל בית מס. 4

יש לענות על השאלות הבאות על דפים (לא לתכנת!!)

1. נתונים n מספרים שלמים בתחום $(0,n^3-1)$. **יש למיין אותם בזמן O(n).**
   פרט את מבנה הנתונים הנדרש.
   כתוב את האלגוריתם (פסאדו קוד), ונתח את סיבוכיותו.

2. בהנתן גרף G(V,E) לא מכוון ולא קשיר, כאשר V={1,2,...,n} , **אנו מעונינים בפתרון יעיל עבור השאילתות הבאות :**
   א. בהינתן 2 צמתים בגרף – i ו-j , **האם קיים מסלול בין i ל-j ?**
   ב. **בהינתן צומת v, הדפס את כל הצמתים אליהם ניתן להגיע במסלול כלשהו מצומת זה.**
   ג. כמו ב – ב', אבל ממוין.

הקלט עבור בניית המבנה – רשימת זוגות (קשתות) (i, j) . **משמעות כל זוג – קיימת קשת בין צומת i לצומת j.**

עליך להציע מבנה נתונים שיקיים את הדרישות הבאות :
1. **זמן הבנייה יהיה מעט יותר מ – O(|E|) במקרה הגרוע.**
2. **סיבוכיות המקום של המבנה – O(|V|).**
3. **סיבוכיות הזמן לשאילתה א' – כמעט O(1) בממוצע (דהיינו כמעט O(m) ל – m פעולות).**
4. **סיבוכיות הזמן לשאילתה ב' – O(k) במקרה הגרוע, כאשר k מספר הצמתים אליהם ניתן להגיע מצומת v.**
5. **סיבוכיות הזמן לשאילתה ג' – min(k·logk , n) , במקרה הגרוע.**

עליך לתאר את מבנה הנתונים, צורת בנייתו, ומימוש השאילתות.
יש להצדיק את העמידה כל דרישות הסיבוכיות.

3. **עבור קבוצה של n איברים, החציון מוגדר כאיבר ה – n/2 בגודלו.**
   בהינתן רשימה מקושרת של מספרים ממשיים, ובהינתן המספר המהווה חציון ברשימה זו, הצע מבנה נתונים שיתמוך בפעולות הבאות :

   init – אתחול המבנה ב – O(n).
   הקלטים הם מצביע לרשימה מקושרת לא ממוינת, ואיבר החציון.
   insert(x) – המספר x יוכנס למבנה, ב- O(log n).
   find_mid- תחזיר את החציון ב – O(1).
   del_mid - תוציא את החציון מהמבנה ב – O(log n).
   min(k) – **הדפסת k האיברים הקטנים ביותר בצורה ממוינת. הנח k<<n.**
   סיבוכיות הזמן תהיה $O(k^2)$ במקרה הגרוע, וסיבוכיות המקום הנוסף O(k).
   closet(k) - **הדפסת k האיברים "הקרובים" ביותר לחציון (כולל החציון) בצורה ממוינת.**
   סיבוכיות המקום והזמן כמו בסעיף הקודם (min).
   x קרוב יותר ל – y מ – g אמ"ם |x – y| < |g – y|.

תאר במפורט את מבנה הנתונים, הצדק את סיבוכיות הפעולות, והצע אלגוריתם העומד בדרישות.
ניתן לממש את שני הסעיפים האחרונים בסיבוכיות זמן טובה יותר – ינתן בונוס לממשים זאת.

ב ה צ ל ח ה !

תרגיל 1 :

לערימה שהיתה ריקה בהתחלה, מכניסים את האיברים הבאים :

12, 33, 10, 27, 35, 15, 8, 54, 1

יש לצייר את הערימה כעץ וכמערך בכל שלבי ההכנסה.

תרגיל 2 :

על הערימה מהתרגיל הקודם מבצעים פעולת delete_max. יש לצייר את הערימה בכל שלבי הפעולה.

תרגיל 3 :

נתון המערך :

90	46	26	4	11	53	29	9	30	51	65

בצע עליו מיון ערימה.

תרגיל 4 :

תאר אלגוריתם המקבל שתי ערמות שגודלן n ו - m בהתאמה, ובונה מהן ערמה אחת בזמן $O(\log(m+n))$. הערימה ממומשת ע"י מצביעים.

תרגיל 5 :

נתונה ערימה. נתון ערך k. ידוע שערך k נמצא בערימה במסלול משורש עד למקום I (I נתון). צריך למצוא אינדקס בערימה שבו נמצא ערך k בזמן $O(\log(\log n))$. (n הוא מספר האיברים בערימה).

תרגיל 6 :

תאר אלגוריתם המקבל עץ חיפוש בינארי ומארגן את הערכים שבו בצורה של ערימה - בזמן $O(n)$ ובמקום נוסף $O(n)$. האלגוריתם לא צריך לשנות את מבנה העץ.

פתרון שלעידן:

א) תעתיק את העץ למערך (לא חשוב הסדר) $O(n)$

ב) Build Heap $O(n)$

פתרון טוב יותר:

טענה: מערך ממוין הוא ערימה

הוכחה: בה"כ נניח עבור ערימת max - ממוין בסדר יורד

תכונת הערימה: לכל $1 < i \leq n$ $A[P(i)] \geq A[i]$ *

אבל $P(i) \leq i$ והמערך ממוין ולכן תמיד מתקיים *.

ולכן: נבצע InOrder על העץ ונעתיק למערך (בסדר ישר או הפוך בהתאם לסוג הערימה שרוצים) $\Leftarrow O(n)$.