שיטות הסתברותיות

הסתברות מותנית: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

הסתברות שלמה: למאורעות C_i זרים $P(A)=\sum_i P(A|C_i)\cdot P(C_i)$

נוסחת Bias: $P(A|B)=\frac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)}$

חיתוך הסתברויות: $p(A\cap B)=p(B|A)\cdot p(A)$

תוחלת: $\sum_x P(X=x)\cdot x$ תמיד לינארית: $E[x+y]=E[x]+E[y]$.

x, y בלתי תלויים אם לכל a,b:

$p(x=a\wedge y=b)=p(x=a)\cdot p(y=b)$

$E[x\cdot y]=E[x]\cdot E[y]$ אם x,y בלתי תלויים

שונות variance: $var=E(x^2)-(Ex)^2$

$var(x) = E[(x-E[x])^2]$

$var(x_1+x_2) = var(x_1)+var(x_2)+2\cdot covar(x_1,x_2)$

$covar(x_1,x_2) = E(x_1\cdot x_2)-E(x_1)\cdot E(x_2)$

סטיית תקן: $\sqrt{var}$.

משתנה מקרי	תיאור	הסתברות	תוחלת	שונות
אינדיקטור	1 בהסתברות p 0 בהסתברות 1-p	p	$E[x_i]=p$	$p\cdot(1-p)$
גיאומטרי	X - מספר ניסויים ב״ת עד להצלחה.	$P(X=k)=(1-p)^{k-1}\cdot p$ $P(X>k)=(1-p)^k$	$E[x]=1/p$	$(1-p)/p^2$
בינומי	x הצלחות בn ניסויים	$p(x=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$	$n\cdot p$	$n\cdot p\cdot(1-p)$
בינומי שלילי	x ניסויים עד הצלחה מספר n	$p(x=k)=\binom{k-1}{n-1}\cdot p^n\cdot(1-p)^{k-n}$	n/p	

תוחלת מותנה: $E[x|Z=z]=\sum_x x\cdot p(X=x|Z=z)$

תוחלת שלמה: $E[X]=\sum_y p(Y=y)\cdot E(X|Y=y)$

אי שיוויון מרקוב (משתמש רק בתוחלת): $p(x\ge a\cdot E[x])\le\frac{1}{a}$

אי שיוויון צ׳בישב (משתמש בתוחלת ובשונות): $p\left(\left|x-E[x]\right|\ge a\cdot\sqrt{var(x)}\right)\le\frac{1}{a^2}$

אי שיוויון צ׳רנוב (משתמש רק בתוחלת):

א. (עבור שוליים ימניים): $\forall\delta>0: P(Sn\ge(1+\delta)\cdot EX)\le\left(\frac{e}{1+\delta}\right)^{\delta\cdot EX}$

ב. (עבור שוליים שמאליים): $\forall\delta\in(0,1): P(Sn\le(1-\delta)\cdot EX)\le e^{-EX\cdot\frac{\delta^2}{2}}$

הערכות: $\frac{(n-i)^i}{i!}\le\binom{n}{i}\le\frac{n^i}{i!}$; $n!\approx\left(\frac{n}{e}\right)^n\cdot\sqrt{2\pi n}$; $1-p\underset{p\to 0}{=}e^{-p}$; $\left(1+\frac{x}{n}\right)^n=e^x$