

מבחן סוף סמסטר ב' תשנ"ד (מועד ב)
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2.

- הוראות לנבחן
לבחינה זו שני חלקים.
את התשובות לשני החלקים יש לסמן בטופס הבחינה.
(א) יש לענות על כל השאלות.
(ב) אין להשתמש בכל חומר עזר, ניתן להשתמש במחשבוניכם. (יש איסור בשימוש במחשבוניכם עם אופציה גרפית)
(ג) משך הבחינה $2\frac{1}{4}$ שעות. אין יציאה במהלך הבחינה.
(ד) בדוק שהטופס בידך מכיל 5 עמודים.
(ה) יש לבדוק כי ענית על כל השאלות בגוף השאלון - מחברת הבחינה משמשת כטיוטא לטבלה ולא תיבדק כלל.

חלק ראשון - לפניך תשע טענות. סמן בטבלה האם הטענה נכונה או שאינה נכונה. אין צורך לתקן את הטענות השגויות. (5 נקודות לכל טענה)

1. רציפות נגזרות חלקיות של פונקציה $z = f(x, y)$ בנקודה $M_0(x_0, y_0)$ אינה תנאי מספיק לדיפרנציאביליות.

2. אם פונקציה $z = f(x, y)$ לא רציפה בנקודה $M_0(x_0, y_0)$ אזי היא בהכרח אינה דיפרנציאבילית באותה נקודה.

$$3. \text{ הפונקציה } f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \cdot \sin \frac{1}{(x^2 + y^2)}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

היא פונקציה רציפה ב $(0, 0)$.

$$4. \text{ הפונקציה } f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \cdot \sin \frac{1}{(x^2 + y^2)}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

היא פונקציה בעלת נגזרות חלקיות רציפות בנקודה $(0, 0)$.

5. לפונקציה $z(x, y) = xy$ יש נקודה קריטית ב $(0, 0)$ שהיא נקודת מינימום.

6. תהי $f(x, y)$ פונקציה מעל תחום סגור וחסום אזי לפונקציה יש בהכרח ערך מקסימלי וערך מינימלי בתחום הנ"ל.

7. אם טור חיובי $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס אזי בהכרח $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ מתכנס.

8. אם טור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס אזי הטור $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ בהכרח מתכנס.

9. אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ טור מתכנס בהחלט ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ טור חיובי מתבדר אזי $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a_n)^2}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}$ בהכרח מתכנס.

חלק שני-לפניך תשע טענות. אם הטענה אינה נכונה תקן אותה כך שתהייה נכונה ורשום את תשובתך במקום המתאים בטבלה. (6 נקודות לכל טענה)

10. נתונים שני הגבולות הבאים :

$$A = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^2 - xy}{x^2 + 2y^2} \quad B = \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^3 + y^3 + z^3}{x^2 + y^2 + z^2}$$

שני הגבולות קיימים.

11. נסמן ב M את הערך המקסימלי, וב N את הערך המינימלי שהפונקציה

$$f(x, y) = x^2 - 12x + y^2 + 16y$$

$$\text{בתחום } D = \{x^2 + y^2 \leq 1\} \text{ אזי:}$$

$$M \text{ מתקבל בנקודה } \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right) \text{ ו } N \text{ מתקבל בנקודה } (6, -8).$$

12. הערך של האינטגרל $\iint_D e^{xy} dx dy$ כאשר D מוגדר ע"י

$$y = 2x^2, y = x^2, y = \frac{3}{x}, y = \frac{5}{x}$$

$$\text{שווה ל: } \frac{1}{3} e^2 \ln 2$$

13. תהי f פונקציה בעלת נגזרות חלקיות רציפות. נגדיר $w = f(x - y, y - z)$ אזי הביטוי

$$\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \text{ שווה ל } \frac{\partial w}{\partial z}$$

14. תהי $z(x, y) = f(u)$ כאשר $u = x^2 - 2y^2$ וידוע כי $f(u)$ פונקציה

$$\text{גזירה. אזי הערך של } a \text{ עבורו מתקיים } y \frac{\partial z}{\partial x} = ax \frac{\partial z}{\partial y} \text{ הוא } a = -\frac{1}{2}$$

15. נתונה הפונקציה $z = x^2 \cdot y \cdot (4 - x - y)$ והתחום D המוגדר ע"י

$$x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6$$

$$\text{הקטן ביותר שהפונקציה מקבלת בתחום הנ"ל אזי } M + K = 4$$

16. הערך של הנגזרת המכוונת מקסימלית של הפונקציה $f(x, y) = x^2 - 2x + y^2$ בנקודה



17. נחונה הפונקציה $z = f(u, v)$ בעלת נגזרות חלקיות רציפות. נגדיר $u = x + y$, $v = x - y$. וידוע שהפונקציה מקימת את המשוואה

$$\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

אזי הערך של $\frac{\partial z}{\partial v}$ שווה ל: 1.

18. כדי לחשב את האינטגרל $\iint_D \cos(x^2 + y^2 - 1) dx dy$ בתחום

$D = \{x^2 + y^2 \leq 4; y \geq 0; x \leq 0\}$ ע"י קואורדינטות קוטביות צריך להעביר אותו לצורה:

$$\int_0^{\pi/2} d\theta \left(\int_0^2 \cos(r^2 - 1)r dr \right)$$

בהצלחה!



תשובות לחלק הראשון והשני

סמ' 177 יקרה 2
 סמ' 174 מספר 2
 (0,0) נקי קהטות
 סאינה קיפון
 (מ' 234)
 תסרתא רבי
 סמ' את סקסס וספ
 ווירסרז

טענה מספר	הטענה נכונה	הטענה אינה נכונה
1		✓
2	✓	
3	✓	
4		✓
5	✓	
6	✓	
7	✓	
8		✓
9	✓	

3,3

טענה מספר	הטענה נכונה	הטענה אינה נכונה ויש לתקנה באופן הבא
10		הגבול A קיים / לא קיים הגבול B קיים / לא קיים
11		M מתקבל בנקודה $(\frac{-3}{2}, \frac{4}{2})$ ו N מתקבל בנקודה $(\frac{3}{2}, \frac{-4}{2})$
12		הערך של האינטגרל שווה ל $\frac{1}{3}(e^5 - e^3) \ln 2$
13		שווה ל $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}$ שווה ל $-\frac{\partial w}{\partial z}$
14	✓	a =
15		$M = 4$ $K = -64$ $M + K = 4 + (-64) = -60$
16		הערך של הנגזרת המכוונת מקסימלית של הפונקציה בנקודה (1,2) הינו : 4
17		הערך של $\frac{\partial z}{\partial v}$ שווה ל: 0
18		כדי לחשב את האינטגרל צריך להעביר אותו לצורה : $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^2 \cos(r^2 - 1) \cdot r \, dr \right) d\theta$

